

Lire et Ecrire des énoncés de problèmes

Comment favoriser une meilleure compréhension des énoncés de problèmes à partir d'un travail explicite sur la langue en mathématiques ?

Quel travail de lecture et d'écriture mener à partir des énoncés de problèmes ?

Comment articuler le travail en mathématiques avec le travail en langue ?

Source : travaux de Serge Petit et A. Camenisch

Résolution de problèmes

Tâche des élèves :

Demander aux élèves de résoudre les 10 problèmes.

Cela peut s'étaler sur plusieurs séances.

Analyse :

Les énoncés donnés ont été composés en éliminant les difficultés mathématiques, afin de ne laisser subsister que des difficultés relatives à la langue. Les calculs à effectuer ne mettent en jeu que les trois nombres 5, 7 et 12. Les difficultés relevant de la langue sont variées et induisent certains élèves en erreur.

Problème 1 : Avant la récréation, Augustus avait 17 bâtons de chocolat. Pendant la récréation, il joue et perd 5 bâtons. Combien a-t-il de bâtons de chocolat après la récréation ?

Problème 2 : Lundi soir, la température dans la cour de l'école était de 17 degrés. Pendant la nuit, elle a baissé de 5 degrés. Quelle température fait-il le mardi matin ?

Problème 3 : À l'arrêt « Mairie », 5 personnes descendent d'un bus. Après l'arrêt, le même bus transporte 12 personnes. Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?

Problème 4 : Lundi soir, la température dans la cour de l'école était de 17 degrés. Mardi matin, elle est de 12 degrés. Que s'est-il passé pendant la nuit ?

Problème 5 : Augustus, qui avait inventé un jeu, joue une première partie. Il perd 5 bâtons de chocolat. Il joue ensuite une deuxième partie. Il gagne 12 bâtons. Après ces deux parties, Augustus a-t-il plus ou moins de bâtons qu'avant ces deux parties ? Combien de plus ou combien de moins ?

Problème 6 : Que s'est-il passé pendant la récréation ? Avant la récréation, Augustus avait 17 bâtons de chocolat. Il joue. Après la récréation il a 12 bâtons.

Problème 7 : Avant de s'arrêter à l'arrêt « Mairie », un bus transportait 17 personnes. Après l'arrêt « Mairie », le bus transporte 12 personnes. Que s'est-il passé à l'arrêt ?

Problème 8 : Pendant la nuit de lundi à mardi, la température dans la cour de l'école a baissé de 5 degrés. Mardi matin, la température est de 12 degrés. Quelle était la température lundi soir ?

Problème 9 : Avant de s'arrêter à l'arrêt « Mairie », un autobus transportait 17 personnes. Pendant l'arrêt, 5 personnes sont descendues. Combien de personnes le bus transporte-t-il après l'arrêt ?

Problème 10 : Un bus s'arrête à un premier arrêt, 5 personnes descendent. Il s'arrête ensuite à un deuxième arrêt où 12 personnes montent. Après ces deux arrêts, y-a-t-il plus ou moins de personnes dans le bus ? Combien de plus ? Combien de moins ?

Classement des énoncés

Tâche des élèves :

Demander aux élèves de se mettre en groupe et de classer les problèmes. Il ne leur est donné aucun critère. Une synthèse est faite autour de la confrontation des différents travaux.

Analyse :

Classer est une activité cognitive fondamentale puisqu'elle contraint celui qui l'exerce à trouver des points communs et des différences entre les objets observés, et à verbaliser ces ressemblances et ces différences.

Les classements de ces énoncés par les élèves sont souvent réalisés selon un des critères suivants :

- thème (thème du bus, du chocolat, de la température...),
- valeur du résultat (5, 12, 17...),
- nature de l'opération (soustraction, addition),
- place de la question,
- nombre de questions,
- autres, moins pertinents pour le travail en cours...

Des énoncés, une histoire

Tâche des élèves :

Faire comparer par les élèves deux problèmes avec des énoncés différents, par exemple le problème 3 et le 7.

On leur demande dans chaque problème de mettre en évidence les informations similaires et aussi d'ajouter l'information qui est cachée au lecteur.

Faire une synthèse pour aborder l'idée d'histoire derrière les problèmes (cf; analyse ci-dessous).

Analyse :

Un seul classement n'est jamais réalisé : celui **par histoire**.

Pour mettre en évidence la notion d'histoire, on peut comparer deux problèmes.

On peut comparer successivement les différentes informations, phrase par phrase, en incluant les informations cachées faisant l'objet de la question.

Problème 3 : A l'arrêt de la Mairie, 5 personnes descendent d'un bus. Après cet arrêt le même bus transporte 12 personnes. Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?
Information cachée : 17 personnes étaient dans le bus avant l'arrêt.

Problème 7 : Avant de s'arrêter à l'arrêt de la Mairie, un bus transportait 17 personnes. Après l'arrêt de la Mairie, le bus transporte 12 personnes. Que s'est-il passé à l'arrêt ?

Information cachée : 5 personnes sont descendues.

Les phrases soulignées recouvrent les mêmes informations. Elles se trouvent simplement à des endroits différents du texte et utilisent une autre mise en mots.

Problème 3 : A l'arrêt de la Mairie, 5 personnes descendent d'un bus. **Après cet arrêt le même bus transporte 12 personnes.** **Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?**

Information cachée : 17 personnes étaient dans le bus avant l'arrêt.

Problème 7 : Avant de s'arrêter à l'arrêt de la Mairie, un bus transportait 17 personnes. **Après l'arrêt de la Mairie, le bus transporte 12 personnes.** Que s'est-il passé à l'arrêt ?

Information cachée : 5 personnes sont descendues.

Les phrases en bleu renvoient aussi aux mêmes événements, racontés en dernier ou en premier de manière dissemblable. Les deux énoncés sont donc différents dans l'ordre d'énonciation des événements et dans la mise en mots, mais **ils racontent la même histoire.**

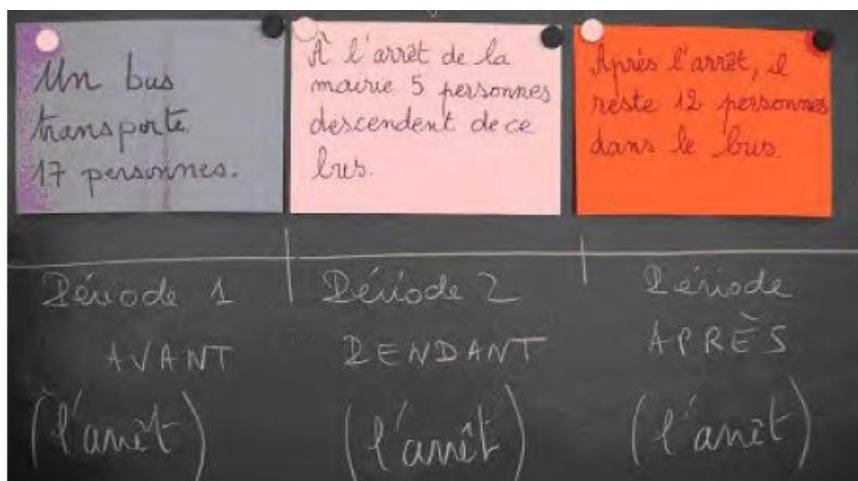
Il est donc possible de dégager une seule et même histoire sous-jacente à ces énoncés, en restituant l'ordre chronologique des événements :

Avant l'arrêt de la mairie, un bus transporte 17 personnes. **A l'arrêt de la mairie, 5 personnes descendent de ce bus.** **Après l'arrêt, le même bus transporte 12 personnes.**

Selon la classification de Vergnaud des problèmes additifs à une seule transformation, la première phrase correspond à **l'état initial**, la deuxième à **la transformation** et la troisième à **l'état final**.

Ces trois périodes peuvent se mettre en évidence par un jeu de couleur, ou « drapeau », soit le **bleu** pour la première période ou **état initial**, le **blanc** (ici souligné) pour la deuxième période ou **transformation**, le **rouge** pour la troisième période ou **état final**.

L'utilisation de ce jeu de couleurs favorise dans un premier temps le repérage de ces périodes et de leur ordre d'énonciation dans les énoncés de problème.



Retrouver une histoire

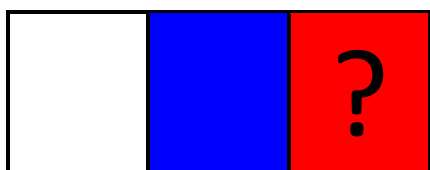
Tâche des élèves :

Laisser les élèves refaire le même travail avec les problèmes 2, 4 et 8 en même temps. Ils pour consigne de retrouver l'histoire sous-jacente aux problèmes.

Dans une deuxième temps, on leur demande de classer les énoncés par histoires sachant déjà que 3 et 7 vont ensemble ainsi que 2, 4 et 8 .

A la suite du classement, mettre en évidence les drapeaux correspondants et l'endroit où est posée la question.

Par exemple, pour le problème 9 :



Analyse :

Il convient de ne pas confondre la notion d'histoire avec celle de thème. Ainsi, une classification communément retenue consiste à regrouper les problèmes selon le thème ou sujet, par exemple, celui du « bus » ou de la « température ».

Le classement des élèves doit fournir cinq classes, chacune réunissant tous les énoncés qui ont la même histoire sous-jacente. Les classes sont les suivantes (numéros des énoncés) : {1, 6} ; {3, 7, 9} ; {2, 4, 8} ; {5} ; {10}

On peut définir la notion d'histoire sous-jacente à un énoncé comme étant la succession, dans l'ordre chronologique de toutes les informations fournies par l'énoncé, y compris la réponse à la question. L'histoire est alors confondue avec sa narration (on ne distingue pas les faits et le texte qui les relate).

Les énoncés à deux transformations comme le 5 et le 10 ci-dessus seront écartés du travail. Les élèves ne travailleront donc que sur des énoncés à une transformation.

Les seuls énoncés conservés seront ceux qui renvoient à une histoire du type état initial-Transformation-état final. Selon l'ordre d'apparition de ces informations dans l'énoncé, et la position de la question dans l'énoncé, on pourra fabriquer dix-huit énoncés comme le montre le tableau suivant.

Tableau des 18 types d'énoncés de base possibles :

1	?		
2		?	
3			?
4	?		
5		?	
6			?
7	?		
8		?	
9			?
10	?		
11		?	
12			?
13	?		
14		?	
15			?
16	?		
17		?	
18			?

Ainsi, la ligne 7 représente un énoncé qui serait construit de la manière suivante : la question, énoncée en premier porte sur la transformation (notée en blanc), la partie informative suivra en énonçant d'abord l'état initial (en bleu), puis l'état final (en rouge). Le point d'interrogation montre à quelle partie de l'énoncé la question est posée.

Pourquoi ce travail ?

Ce travail, qui pourrait sembler assez formel ne porte pas que sur les structures. Il permet de mettre en évidence le fond commun à plusieurs énoncés, à savoir l'histoire sous-jacente et donc ouvre aux élèves la porte à la construction d'une « représentation » de la situation (bien souvent) fictive évoquée.

Par ailleurs, le travail qui porte sur la reconnaissance des structures identiques à plusieurs énoncés conduit les élèves vers la production de nouveaux énoncés, par la maîtrise de leurs différentes formes possibles, en greffant sur celles-ci d'autres paramètres (nature de la variable, ordre de l'énonciation...).

La résolution des problèmes, leur analyse sous différents angles permet :

- de se représenter l'histoire sous-jacente à un énoncé,
- de se rendre compte que plusieurs énoncés relèvent de la même histoire,
- d'avoir conscience du lien entre un énoncé et l'histoire qui le sous-tend.
- de comprendre comment se fabriquent les énoncés de problèmes additifs en vue d'être capables d'en produire de nouveaux sous contraintes.

Projet d'écriture d'énoncés de problèmes additifs

Préalable

Le projet d'écriture fédère des apprentissages dans le cadre de la maîtrise de la langue puisqu'il met en œuvre des compétences de lecture et d'écriture et utilise des connaissances sur la langue.

Ecrire un énoncé de problème équivaut dans un premier temps à imaginer et à écrire une histoire en suivant une trame narrative chronologique. Dans un second temps, il faut transformer cette histoire en modifiant éventuellement l'ordre d'énonciation et donc la chronologie et en adaptant le texte à sa dominante principale, informative ou injonctive.

Ce projet d'écriture comprend des étapes de lecture d'énoncés de problème et des phases d'écriture sous contraintes variées ainsi que des moments d'apprentissage sur la langue, nourrissant l'écriture et, par ricochet, la compréhension des textes. Différentes étapes se succèdent (pas nécessairement dans l'ordre ci-dessous) et se croisent, faisant alterner moments de lecture, d'écriture et d'observation réfléchie de la langue :

- mobilisation des connaissances à partir d'un inducteur
- organisation du texte,
- mise en mot par écriture d'un premier jet,
- analyse collective et individuelle des textes produits,
- apprentissages en langue et sur l'écriture des textes,
- analyse de textes d'experts (lecture d'énoncés de problème),
- révision et réécriture du texte par différents moyens.

Ainsi, dans une classe, un projet d'écriture d'énoncés de problèmes additifs peut consister à apprendre à écrire des énoncés de problèmes difficiles pour une autre classe (activité motivante pour les élèves). Mais pour ce faire, il faut déjà comprendre comment s'écrivent les énoncés de problème et donc écrire des énoncés de problèmes à partir d'une histoire donnée ou inventée, et commencer à lister des problèmes de langue qui se posent alors. Et c'est dans cette dynamique que les apprentissages sur la langue prennent tout leur sens.

Tâche des élèves :

Donnez aux élèves l'histoire suivante :

Luc prend l'ascenseur au 27^{ème} étage de la tour de l'Europe à Mulhouse. Il descend de 13 étages. Il sort de l'ascenseur au 11^{ème} étage.

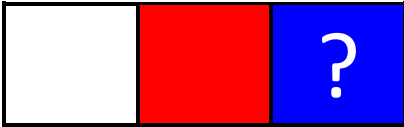
Faire repérer les différentes étapes de l'histoire en utilisant le code de couleurs (bleu, blanc, rouge) permettant d'isoler chaque phrase :

Luc prend l'ascenseur au 27^{ème} étage de la tour de l'Europe à Mulhouse. Il descend de 13 étages. Il sort de l'ascenseur au 11^{ème} étage.

Reproduire l'histoire sur des affiches de couleur :

Luc prend l'ascenseur au 27 ^{ème} étage de la tour de l'Europe à Mulhouse.	Il descend de 13 étages.	Il sort de l'ascenseur au 11 ^{ème} étage.
---	--------------------------	--

A partir de l'histoire, fabriquez avec les élèves, un premier énoncé de problèmes du type :



(se référer aux différents drapeaux issus des séances précédentes).

- L'étape suivante consiste donc à mettre l'énoncé dans l'ordre imposé en déplaçant les affiches :

Il descend de 13 étages.	Il sort de l'ascenseur au 11 ^{ème} étage.	Luc prend l'ascenseur au 27 ^{ème} étage de la tour de l'Europe à Mulhouse.
--------------------------	--	---

- Puis on doit cacher la donnée portant sur la dernière période énoncée :

Il descend de 13 étages.	Il sort de l'ascenseur au 11 ^{ème} étage.	Luc prend l'ascenseur au ____ étage de la tour de l'Europe à Mulhouse.
--------------------------	--	--

- On obtient ainsi un nouveau texte dont il faut rétablir cohérence. La dernière étape consiste donc à mettre l'énoncé en français afin de le rendre compréhensible. Cela passera par plusieurs étapes :

- travail sur le pronom personnel :

Luc descend de 13 étages.	Il sort de l'ascenseur au 11 ^{ème} étage.	Luc prend l'ascenseur au ____ étage de la tour de l'Europe à Mulhouse.
----------------------------------	--	--

- travail sur le lieu :

Luc descend de 13 étages dans la tour de l'Europe à Mulhouse.	Il sort de l'ascenseur au 11 ^{ème} étage.	Luc prend l'ascenseur au ____ étage de la tour de l'Europe à Mulhouse.
--	--	--

- enfin, il faut faire passer d'une phrase déclarative à une phrase interrogative pour la dernière information :

Luc descend de 13 étages dans la tour de l'Europe à Mulhouse.	<u>Il sort de l'ascenseur au 11^{ème} étage.</u>	<u>A quel étage prend-il l'ascenseur ?</u>
---	--	--

- pour être le plus précis, il est nécessaire d'ajuster le temps du verbe :

Luc descend de 13 étages dans la tour de l'Europe à Mulhouse.	<u>Il sort de l'ascenseur au 11^{ème} étage.</u>	<u>A quel étage a-t-il pris l'ascenseur ?</u>
---	--	---

C'est donc dans ce travail de réécriture d'un texte que les élèves montrent leurs compétences tant de lecture que d'écriture et peuvent réaliser des apprentissages ciblés sur la langue.

Fabrication d'énoncé

Tâche des élèves :

Donnez aux élèves l'histoire suivante :

Samedi soir papy a 27 lapins. 8 lapins naissent pendant la nuit. Le lendemain, papy en a 35.

Donnez pour consigne de transformer cette histoire en énoncé de problème, en imposant l'ordre d'énonciation des différentes périodes et la place de la question. Chaque élève ou chaque binôme d'élèves devra produire deux énoncés :



Faire une synthèse en mettant les productions réalisées en regard, phrase par phrase. Par exemple :

8 lapins sont nés pendant la nuit.	Samedi soir, papy a 27 lapins.	Dimanche matin, papy a 35 lapins.
Chez papy, 8 lapins sont nés pendant la nuit de samedi à dimanche.	Samedi soir, il en avait 27.	Combien papy a-t-il de lapins dimanche matin ?
Pendant la nuit de samedi à dimanche, 8 lapins sont nés	Papy en avait déjà 27 le samedi soir.	Combien papy avait-il de lapins dimanche ?

Dimanche matin, papy a 35 lapins.	8 lapins sont nés pendant la nuit.	Samedi soir, papy a 27 lapins.
Dimanche matin, papy a 35 lapins.	Sachant que 8 lapins sont nés pendant la nuit de samedi à dimanche,	combien papy en avait-il samedi soir ?
Dimanche matin, papy a 35 lapins.	8 lapins sont nés la nuit précédente.	Combien de lapins avait papy samedi soir ?

Faire un travail de comparaison en faisant l'inventaire des transformations opérées.

Analyse

Les élèves doivent se rendre compte que ce n'est pas seulement la transformation d'une histoire en énoncé qui entraîne une différente formulation, mais que deux énoncés produits sous des contraintes différentes ne peuvent s'écrire de la même façon.

La simple juxtaposition des productions permet de prendre conscience de la variété possible des mises en mots pour un seul et même énoncé, produit à partir d'une même histoire. Il est nécessaire que les élèves prennent conscience de la nécessité de faire des choix pour rédiger un écrit, et notamment un énoncé de problème. Une seule et même réalité peut conduire à une quasi infinité de mises en mots différentes.

Pour que les élèves développent des habiletés d'écriture et réalisent consciemment certains choix, il leur est nécessaire de dépasser une représentation souvent unique et erronée de l'écrit : tout idée ne se formule que d'une seule manière, toute autre formulation étant de ce fait fautive. Les élèves doivent donc pouvoir se rendre compte qu'il y a plusieurs écritures normées possibles.